Conditions optimales pour l'échantillonnage sélectif

par Jörg W. Müller

Bureau International des Poids et Mesures, F-92310 Sèvres

Une question assez évidente qui se pose dans l'application d'une méthode envisagée est de savoir si elle permet d'atteindre une précision suffisante dans un temps de mesure raisonnable. Puisque l'expérimentateur dispose le plus souvent d'un certain nombre de paramètres qu'il est plus ou moins libre de choisir, le problème pratique consiste à déterminer les valeurs numériques de ces paramètres qui rendent optimale la précision de la grandeur à mesurer, pour un temps de mesure donné.

Il arrive que pour l'échantillonnage sélectif ce problème d'optimalisation se présente sous une forme particulièrement simple, permettant donc une analyse assez complète. L'activité N_o d'une source radioactive à mesurer peut aussi être exprimée par

$$N_o = N_\beta / \varepsilon_\beta \ ,$$

où N_β est le taux de comptage des particules bêta, tandis que ε_β désigne l'efficacité du compteur bêta. Le comptage de N_β ne posant guère de problèmes, la précision de N_o est limitée par celle que l'on peut atteindre pour ε_β. Or, dans la méthode de mesure envisagée on a

$$\varepsilon_\beta = 1 - g/G \ ,$$

où g et G sont les contenus moyens des canaux sur un sélecteur multicanal à l'aide duquel on a enregistré un spectre temporel des impulsions gamma: G correspond à la zone "haute" qui comprend toutes les impulsions, tandis que g, situé dans la zone "basse", ne contient que les impulsions gamma dont le partenaire bêta n'a pas été détecté. La largeur de la "lacune" est égale au temps mort cumulatif T inséré dans la voie bêta. Dans la situation habituelle, l'incertitude relative pour g est nettement supérieure à celle de G. Il s'ensuit que la précision que l'on peut espérer atteindre pour N_o est essentiellement déterminée par celle de g. Puisque le nombre de canaux utilisés est connu exactement, l'incertitude que l'on doit attribuer à g provient du nombre limité d'événements enregistrés servant à déterminer g. Appelons N_g ce nombre d'impulsions gamma enregistrées dans la "lacune" du spectre temporel. Rechercher la meilleure précision sur N_o correspond donc à maximaliser N_g, pour des conditions expérimentales données.

Une première tentative (qui se révèlera un peu trop simple) pour exprimer N_g en termes de paramètres expérimentaux connus consiste à supposer que cette quantité doit être proportionnelle au nombre R de cycles d'enregistrement et au nombre moyen d'impulsions P enregistrées par cycle dans la zone d'intérêt. Cela nous conduit à admettre que (on utilisera ρ au lieu de N_β dans ce qui suit)

$$N_g \sim R\,P \sim \rho\, e^{-\rho T}\, \rho T \;,$$

où R est le taux de comptage des impulsions bêta après le temps mort T (et donc susceptible d'initier un nouveau cycle). Pour déterminer le taux bêta originel ρ (qui est proportionnel à N_o) capable de donner la meilleure précision, il suffit de chercher le maximum de N_g. Puisque

$$\frac{\partial N_g}{\partial \rho} = \rho T\, e^{-\rho T}\,(2 - \rho T) \;,$$

on trouve immédiatement que la valeur optimale ρ_{op} doit être déterminée par la simple condition

$$\rho_{op} = 2/T \;.$$

Ainsi, pour une valeur habituelle de T = 20 µs, on a donc ρ_{op} = 100 000 s^{-1}. C'est déjà un résultat assez remarquable, car il indique que la méthode d'échantillonnage sélectif atteint son meilleur rendement à des activités qui sont en effet très élevées. Un contrôle expérimental rapide effectué par P. Bréonce et C. Veyradier a montré qu'en réalité l'activité optimale est encore plus élevée. Ceci est dû à ce que le raisonnement esquissé plus haut n'est basé que sur un modèle approximatif. Si l'on tient compte du fait que pendant un enregistrement sur le sélecteur multicanal toutes les impulsions bêta présentes après le temps mort T doivent être ignorées, on se rend compte qu'on a affaire à un arrangement qui correspond à deux temps morts en série, avec $\tau_1 = T$ de type cumulatif, et $\tau_2 = L = \kappa T$, si L est la longueur d'un cycle. Comme il nous faut aussi enregistrer des impulsions situées à l'extérieur de T (pour mesurer G), on a nécessairement $\kappa > 1$.

Après quelques calculs élémentaires, on trouve maintenant comme condition pour la valeur optimale ρ_{op}

$$e^{\rho_{op} T}\,(\rho_{op}\, T - 2) = (\kappa - 1)\, \rho_{op}\, T \;.$$

Cette équation doit être résolue numériquement. Ainsi, par exemple, pour T = 20 µs et L = 60 µs (donc $\kappa = 3$), on obtient

$$\rho_{op} = \frac{2{,}428}{20\ \mu s} \cong 120\ 000\ s^{-1} \;,$$

donc une valeur qui est en effet plus élevée qu'auparavant. De plus, celle-ci est en bon accord avec les mesures qui, cependant, vu leur caractère provisoire, ne prétendent pas atteindre une grande précision. Le Tableau 1 rassemble les quelques résultats obtenus et les compare aux prévisions. L'accord est satisfaisant.

Tableau 1 - Recherche du maximum pour N_g

- avec ρ variable:

T	L	ρT pour maximum expérimental	théorique
30 µs	70 µs	2,1 ± 0,2	2,31
30 µs	126 µs	2,3 ± 0,3	2,61

- avec T variable:

ρ	L	ρT pour maximum expérimental	théorique
58 600 s^{-1}	70 µs	1,7 ± 0,1	1,72
58 600 s^{-1}	126 µs	2,0 ± 0,1	2,09

Il est important de noter que ρ_{op} ne présente pas de valeur limite pour l'application de la méthode. Une étude du comportement de N_g en fonction de ρ montre que cette grandeur, après passage du maximum, décroît assez lentement pour que l'on puisse envisager sans problème la mesure d'une activité qui corresponde au double ou au triple de la valeur "optimale". Or, bien que la méthode paraisse donc toujours utilisable à de tels taux "astronomiques", la limite pratique est pour le moment nettement plus basse, mais cela semble être dû uniquement à notre dispositif électronique qui a été construit pour déterminer des activités ne dépassant guère 10 ou 20 kBq. Le nouveau domaine de mesure nécessitera sans doute l'achat d'amplificateurs plus rapides.

Mentionnons pour terminer que l'on peut faire des calculs tout à fait analogues en considérant T comme paramètre à ajuster, pour un ρ donné. Dans ces conditions, on obtient pour T_{op} l'équation

$$e^{\rho T_{op}} (\rho T_{op} - 1) = \kappa \rho T_{op} .$$

Il s'ensuit que, pour κ constant, on a toujours

$$\rho_{op}\, T > \rho\, T_{op} \; .$$

Cependant, pour des raisons expérimentales il nous semble pour le moment indiqué de ne pas réduire T en dessous de 15 ou 20 µs.

Un Rapport BIPM, actuellement en préparation, donnera des informations plus détaillées sur les problèmes traités dans cette petite note.

(Janvier 1983)